

# 一种改进的网格多边形 online 探索算法

谢玉莹 包敏泽 胡秀婷 蒋波

(大连海事大学信息科学技术学院 辽宁 大连 116026)

**摘要** 针对网格多边形机器人 online 探索问题,在分析现有成果的基础上,结合 SmartDFS 算法,并通过扩大机器人视觉范围,使其范围限定在给定的单位网格内。通过区分不同类型的网格,确定遍历的优先级别以设计出不同的探索策略,提出 SmartDFS-OPT 算法。该算法将网格多边形 online 探索问题求解算法的竞争比从  $5/4$  降低为  $7/6$ ,达到了理论分析结果的下界,使机器人的 online 遍历路径长度达到最短,因而是求解该问题的一个最优算法。该算法将有助于那些基于机器人探索未知环境的智能设备的研发与应用。

**关键词** 计算几何 网格多边形 online 探索 可视范围最大化 竞争比

中图分类号 TP3 文献标志码 A DOI:10.3969/j.issn.1000-386x.2022.03.035

## AN IMPROVED ONLINE EXPLORATION ALGORITHM FOR EXPLORING GRID POLYGONS

Xie Yuying Bao Minze Hu Xiuting Jiang Bo

(School of Information Science and Technology, Dalian Maritime University, Dalian 116026, Liaoning, China)

**Abstract** To solve the problem of robot's online exploration of grid polygon, based on the analysis of the existing results and the SmartDFS algorithm, we bounded the robot's visual range within a given unit grid by expanding the view of the robot. By distinguishing different types of grids to determine the priority of traversal, thus providing different exploration strategies. This paper proposes an algorithm, SmartDFS-OPT. It reduced the competition ratio for online exploration of grid polygon from  $5/4$  to  $7/6$ , and it reached the lower bound of the theoretical analysis result, which made the traversal path of the robot reach the shortest, making it an optimal algorithm to solve the problem. SmartDFS-OPT is helpful for the robots to explore the unknown environments, thus pushing forward the developments and applications of intelligent devices.

**Keywords** Computational geometry Grid polygons online exploration Maximum visual range Competition ratio

## 0 引言

利用移动机器人探测未知环境的路径规划问题可描述为:在一个边界信息未知的网格区域  $P$  中,机器人从初始位置出发,在区域  $P$  内做上、下、左、右四个方向上的移动,但每次仅限移动一个单元格,要求机器人能完全遍历给定的网格区域,最终返回到出发点,并使得其移动路线的长度达到最

短。该问题一直受到计算几何学<sup>[1-4]</sup>、机器人学<sup>[5]</sup>领域学者的广为关注,并取得了较好的研究成果<sup>[6-11]</sup>。该问题的研究成果可在自动割草机、自动浇水机、扫地机器人等智能设备的开发中得到广泛应用,因此值得进一步展开研究。

在 online 探索问题研究中,要探索的区域往往是边界信息未知的,因此一般难以设计出最优的探索策略<sup>[12-15]</sup>。为了对比分析 online 探索问题的求解策略,通常引入“竞争比”的概念。所谓竞争比,它可定义为

探索策略的代价(可以是探索路径的长度或探索所需要的时间)与边界信息已知情形下的最优搜索策略所需代价的比。由于边界信息已知,所以往往能够设计出好的搜索策略,甚至是最优搜索策略。但是,当边界信息未知时,机器人往往需要反复探索,所以竞争比通常大于1。显然,online 探索问题的改进方向就在于设法降低算法的竞争比。

针对网格区域的 online 探索问题,可通过对网格做深度优先(DFS)来实现竞争比为2的简单探索。对于正方形单元格,文献[6]提出了 SmartDFS 算法,将竞争比优化为4/3。文献[8]将该问题的竞争比的上界更新为5/4;文献[15]证明了三角形单元格不存在竞争比优于7/6的算法;六边形单元格不存在竞争比优于13/11的算法<sup>[15]</sup>。

online 探索算法可用于解决一些实际应用问题。文献[9]提出了一个带洞网格多边形中哈密顿路径存在的必要条件,并证明了网格图中哈密顿路径可在线性时间内算出;文献[7]进一步研究了基于 online 探索的疏散问题,将竞争比从19.5降低为不超过17.5,使受灾人员能更加快地撤离出网格类型的受灾区域。

为方便研究,假设机器人要探索的网格区域为P,P中每个网格的边缘是垂直或水平的,且每个网格为单位长度的正方形。P的边界是一个简单多边形,并以网格的边作为边界。除了边界外,P的内部不存在阻碍机器人移动的任何障碍物。

在这类问题研究中,通常对机器人的能力做不同约束:除了机器人的视距范围外,还有机器人的感知范围、移动限制、记忆能力、标记能力等。本文对机器人的能力定义如下:机器人每次移动距离为一个单位长度,移动方向为基于前进方向的上、下、左、右;机器人具有足够的记忆能力,但却没有先验能力;机器人在当前位置能且仅能感知到3/2个单位长度范围内的网格状态(在P的内部或者在P的边界)。

在本文研究中,约定机器人具有视觉范围,但范围是受限的。文献[6]约定机器人的视觉范围为一个正方形单元格,本文对之做了改进,让机器人的可视范围最大化,并将机器人的视觉范围定义为相应单元格的外接圆,在理论上尽可能充分利用机器人的可视范围,设计出性能更优的探索策略。从实际应用的角度看,机器人的视距范围是圆形更切合生活实际。例如,在考古或救灾等场合需要探索一些恶劣环境时,使用机器人探索是最安全、适宜的,而这时的机器人视觉范围

通常是受限的,因此为机器人附加一些约束条件是具有可操作性与实际意义的。

## 1 online 探索策略

由于P为由整数个网格单元组成的简单多边形,P的内部无阻塞(如图1所示),所以遍历多边形P的机器人路径应包括在P中。文献[6,8]中的机器人在遍历多边形P时,其位置处于单元格中心,有效遍历区域仅为机器人视觉范围的内接正方形,本文扩大了机器人的可视范围,即遍历范围大于文献[6,8]所定义的范围如图2所示。其中,阴影正方形是改进之前的机器人视觉范围,而整个圆圈则是改进后的机器人视觉范围。利用扩大的视觉范围,让机器人从P的某单元格边界出发,逐个遍历P中的单元格,最终返回出发点。

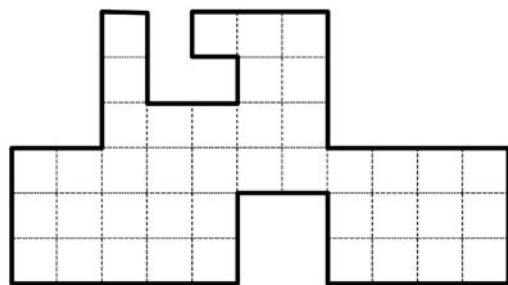


图1 内部无阻塞的简单网格多边形

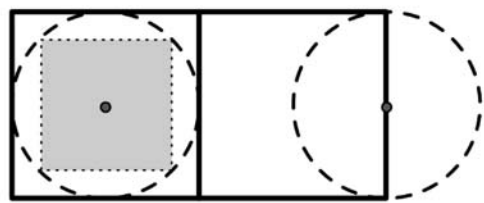


图2 机器人不同的可视范围

不失一般性,假设机器人的初始位置在网格多边形的右上角,即机器人的右边是多边形的边界,左边或下边是可访问的单元格,如图3所示。若机器人的初始位置不满足该约定,则可预先将它移动到相应的位置,且初始所做的移动操作不会影响本文的结果。

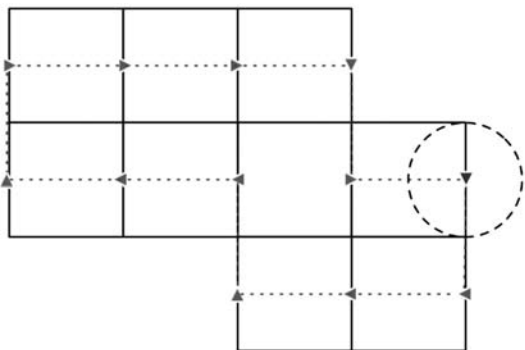


图3 可视范围最大情形下机器人遍历网格多边形的示例

机器人在单元格边缘上移动时,往往难以发现机器人行走路径与网格单元间的关系,为此,本文将  $P$  整体向右平移  $1/2$  个单元格,并在  $P$  的最左边增加一列单元格,称该操作为  $P+$  处理,经过  $P+$  处理得到的多边形为  $P+$  多边形。如图 4 所示,其中阴影部分为添加的单元格。

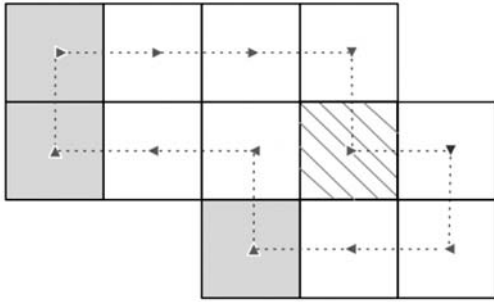


图 4 多边形  $P+$

$P+$  处理有利于竞争比分析,且并不改变机器人对  $P$  的遍历路径。由于  $P+$  处理后机器人的初始位置约定为多边形  $P+$  右上角的单元格,所以机器人初始方向右边的位置可标记为返回单元格(如图 4 中的斜线阴影单元格所示)。在探索过程中,返回单元格可作为一般单元格在最后被访问。

## 2 算法设计

在 SmartDFS 算法<sup>[6]</sup>和算法  $A^{[8]}$  的基础上,本文提出了 SmartDFS-OPT 算法。将机器人遍历过的单元格(包括机器人当前所在的单元格)记为已访问单元格,未遍历的单元格记为未访问单元格,并对未访问单元格做进一步细分。

**定义 1** 若未访问单元格满足下列条件,则称之为 A 类单元格。

- (1) 机器人当前位置与该单元格相邻。
- (2) 该单元格周围的四个位置中有 3 个或 4 个位置,要么是已经访问过的单元格,要么是多边形边界及其外部。

显然,A 类单元格可分为包含边界边的边界 A 类单元格和不包含边界边的内部 A 类单元格。

**定义 2** 若未访问单元格满足下列所有条件,则称之为 B 类单元格。

- (1) 该单元格位于机器人当前位置的前方(机器人前进方向上的下一个单元格)。
- (2) 已访问单元格与该单元格的集合恰好包围了一块未访问单元格区域  $P'$ 。

图 5 给出了上述定义的几个示例,其中,图 5(a)中阴影部分的单元格为边界 A 类单元格;图 5(b)中阴

影部分的单元格为 B 类单元格,斜线阴影单元格为内部 A 类单元格。

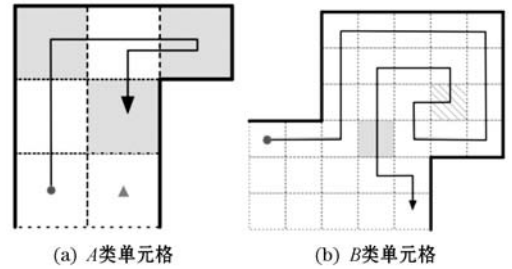


图 5 A 类单元格和 B 类单元格示例

算法 SmartDFS-OPT 描述如下:

1) 设置未访问单元格堆栈  $N$  和存储 A、B 类单元格的未访问单元格堆栈  $V$ ,并设置堆栈  $N$  和  $V$  的初值为空。

2) 机器人每移动一步,均做以下更新:

(1) 将机器人周围的未访问单元格按如下规则分别加入  $N$  或  $V$  中。

① 若为内部 A 类单元格或 B 类单元格,机器人将按照右、上、左的顺序访问它们,将未访问单元格按优先级顺序加入栈  $N$ ;

② 若为边界 A 类单元格,机器人将按照左、上、右的顺序访问它们,将未访问单元格按优先级顺序加入栈  $N$ ;

③ 若为非 A 或 B 类单元格,机器人将按照左、上、右的顺序访问它们,将未访问单元格按优先级顺序加入栈  $V$ 。

(2) 确定机器人的目的地。

① 若堆栈  $V$  非空,则目的地 = 堆栈  $V$  顶部;

② 若堆栈  $V$  空,堆栈  $N$  非空,则目的地 = 堆栈  $N$  顶部;

③ 若堆栈  $V$  和堆栈  $N$  皆空,则目的地 = 机器人初始位置。

3) 若机器人回到初始位置,则  $N$  和  $V$  为空,算法结束。

4) 否则,重复执行步骤 2)。

由于本文将文献[8]提出的死端概念进一步划分为 A 类单元格,因而很好地避免了算法  $A^{[8]}$  因局部遍历而得到的最坏情形,如图 6 和图 7 所示。

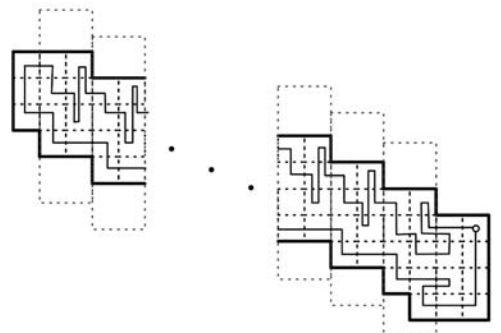


图 6 算法 A 的最坏情形



图 7 用 SmartDFS-OPT 算法解决图 6 所示的最坏情形

图 7 所示的解决方法为 SmartDFS-OPT 算法的执行结果,其具体描述如下:

用平面坐标标记每个单元格,并假定机器人的初始位置为(1,4),并标记(2,4)为返回单元格。机器人沿多边形边缘移动至(3,2),此时它识别到(4,2)、(3,3)和(2,2)为未访问单元格,其中(4,2)和(2,2)为 A 类单元格。机器人优先访问边界 A 类单元格(4,2),再通过最短路径访问内部 A 类单元格(2,2),然后根据最短的未访问路径回到多边形边界单元格(6,3),…。当机器人遍历到 $(n-2, n-1)$ 时,发现 $(n-1, n-1)$ 和 $(n-2, n-2)$ 都是内部 A 类单元格,故优先访问右侧单元格 $(n-1, n-1)$ ,直至从预留的返回单元格返回初始位置。

### 3 算法性能分析

#### 3.1 竞争比分析

由于机器人具有记忆功能,所以能够根据局部视图和遍历记录来区分单元格的类型。假设用  $T_i$  来表示重复访问单元格  $i$  的次数,则有:

$$T = T_2 + 2T_3 + \dots + (i-1)T_i \quad (1)$$

$i = 2, 3, \dots$

若多边形  $P+$  中有  $X$  个单元格,则探索  $P+$  需要遍历的单元格数量为:

$$S = X + T \quad (2)$$

**引理 1** 对于任意  $X > 2$  的网格多边形  $P+$ , 机器人通过 SmartDFS-OPT 算法探索网格多边形所走的路径有:

$$S \leq \frac{7X + 7T + c}{6} \quad (3)$$

式中: $c$  为常数。

证明:

1) 若机器人在对多边形探索过程中没有遇到内部 A 类单元格和 B 类单元格,则  $S$  不仅恰好符合式

(2)且满足式(3)关系。

2) 若机器人在对多边形探索过程中遇到了 B 类单元格,则可把多边形分成多个子多边形分别处理,且综合结果也满足上述关系。

3) 若机器人在对多边形探索过程中遇到了内部 A 类单元格,则该多边形存在骨架<sup>[8]</sup>,可对基本骨架做局部遍历分析。假设一个存在基本骨架的最小反例多边形  $P$ ,满足式(3),那么  $P$  的基本骨架一定包括图 8 所示的几种情形,或断开连接。

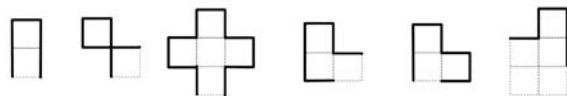


图 8 基本骨架的最小反例

断开连接的情形可分别处理,容易得到证明。对于以图 8 所示的 6 种骨架结尾的情形,可组合得到 20 种局部修改类型,通过这些局部修改,可在不改变遍历方式的前提下,分析所有可能情形,求得  $\Delta$  的值:

$$\Delta = S' - \frac{7}{6}(C' + T') \quad (4)$$

其中,

$$S' = S(P) - S(P') \quad (5)$$

$$C' = C(P) - C(P') \quad (6)$$

$$T' = T(P) - T(P') \quad (7)$$

图 9 给出了一个局部修改的示例,其中  $S' = 4$ ,  $X' = 4$ ,  $T' = 0$ ,则  $\Delta = -2/3 < 0$ 。

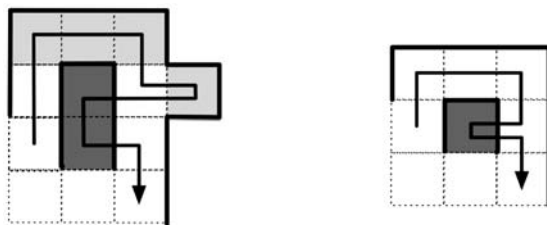


图 9 局部修改实例

其余 19 种情形可做类似的处理,均能得到  $\Delta \leq 0$  的分析结果。限于篇幅,不一一列举。

以上情形包括所有可能的例外情形,由于均有  $\Delta \leq 0$ ,所以引理 1 得证。

**定理 1** 可视范围最大化情形下机器人对未知网格区域做 online 探索的竞争比不大于  $7/6$ 。

证明:

由于本文引入了边界 A 类单元格,且边界 A 类单元格位于  $P+$  的最外层,所以确定为优先访问对象,且内部 A 类单元格也是优先访问对象,这样就缩短了返回路径的长度。当边界 A 类单元格和内部 A 类单元格位于机器人当前位置的左右两侧时,可找到局部遍历分析时的最坏情形,如图 10 所示。

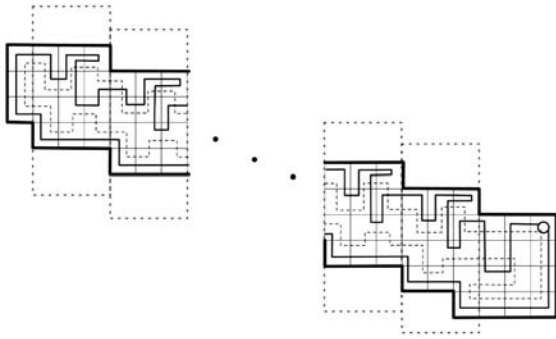


图 10 算法 SmartDFS-OPT 的最坏情形

因此,对于一般情形,有:

$$\frac{S_{\text{SmartDFS-OPT}}}{S_{\text{OPT}}} = \frac{X + \frac{X - 15}{12} \times 2}{X} = \frac{7X - 15}{6X} \quad (8)$$

成立,其中实线是 SmartDFS-OPT 算法的遍历路径;虚线是边界信息已知情形下的最优遍历路径。当  $X \rightarrow \infty$

时,  $\frac{S_{\text{SmartDFS-OPT}}}{S_{\text{OPT}}} = \frac{7}{6}$ 。

证毕。

综上,SmartDFS-OPT 算法的竞争比不超过  $7/6$ ,即可视范围最大化情形下机器人对未知网格区域的 online 探索的竞争比上界为  $7/6$ 。因为 SmartDFS 算法<sup>[6]</sup>的竞争比下界为  $7/6$ ,SmartDFS-OPT 算法是通过扩大视觉范围而对其做的改进,所以 SmartDFS-OPT 算法的竞争比下界也为  $7/6$ ,也就是说,SmartDFS-OPT 算法竞争比的上界和下界均为  $7/6$ ,即 SmartDFS-OPT 算法为求解网格多边形 online 探索问题的最优算法。

### 3.2 算法实现

为验证 SmartDFS-OPT 算法的可靠性,本文通过编程对其进行了仿真和对比试验,实验截图如图 11 所示,对于输入数据 182,系统随机生成了一个有 182 个单元格的网格多边形,并分别给出了算法 A<sup>[8]</sup>、offline 算法、SmartDFS-OPT 算法执行过程中机器人的遍历路径、遍历路径长度以及竞争比。

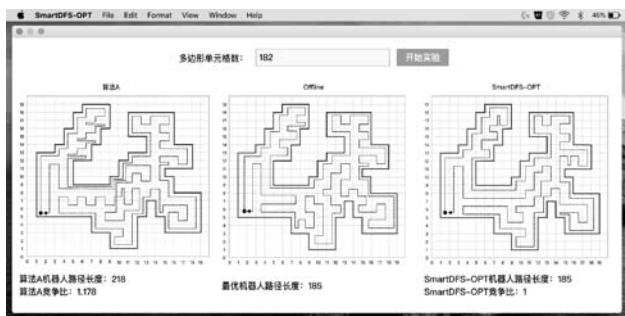


图 11 实验截图

表 1 给出了 20 组随机实验的实验结果。

表 1 SmartDFS-OPT 算法和算法 A 的对比试验

实验编号	最优路径长度	算法 A 路径长度	SmartDFS-OPT 路径长度	算法 A 竞争比	SmartDFS-OPT 竞争比
1	104	125	104	1.202	1.000
2	125	148	129	1.184	1.032
3	77	95	77	1.234	1.000
4	180	221	192	1.228	1.067
5	245	302	245	1.233	1.000
6	86	104	86	1.209	1.000
7	201	237	209	1.179	1.040
8	324	388	356	1.198	1.099
9	341	408	341	1.196	1.000
10	329	396	367	1.204	1.116
11	363	450	363	1.240	1.000
12	253	311	253	1.229	1.000
13	95	114	95	1.200	1.000
14	148	175	148	1.182	1.000
15	327	388	327	1.187	1.000
16	179	213	179	1.190	1.000
17	854	1022	956	1.197	1.119
18	185	219	189	1.184	1.022
19	163	195	163	1.196	1.000
20	185	218	185	1.178	1.000

实验数据显示,SmartDFS-OPT 算法的竞争比明显小于算法 A<sup>[8]</sup>的竞争比且小于  $7/6$ ,因此 SmartDFS-OPT 算法优于算法 A。

## 4 结 语

本文提出了机器人视距最大化情形下网格多边形的 online 探索算法,使求解算法的竞争比从  $5/4$  降低为  $7/6$ ,达到了理论分析结果的下界,即为性能最优的网格多边形 online 探索算法。同时,通过随机生成网格多边形作为测试数据,对比分析了理论分析结果与实验结果,验证了本文提出的算法 SmartDFS-OPT 的有效性。针对带洞的网格区域 online 探索问题,视距最大化方法能否适用等问题,有待于今后做进一步的研究。

- and detecting DGA-based botnets using DNS traffic analysis [J]. *Computers & Security*, 2017, 64:1–15.
- [11] Zhou Y L, Li Q S, Miao Q D, et al. DGA-based botnet detection using DNS traffic[J]. *Journal of Internet Services and Information Security*, 2013, 3(3/4):116–123.
- [12] Yu B, Gray D L, Pan J, et al. Inline DGA detection with deep networks[C]//2017 IEEE International Conference on Data Mining Workshops (ICDMW). IEEE Computer Society, 2017.
- [13] Anderson H S, Woodbridge J, Filar B. DeepDGA: Adversarially-tuned domain generation and detection[EB]. arXiv:1610.01969,2016.
- [14] Zheng S, Bao H, Xu J, et al. A bidirectional hierarchical skip-gram model for text topic embedding[C]//2016 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). IEEE, 2016.
- [15] 覃玉冰,邓春林,杨柳. 基于皮尔逊相关系数的网络舆情评估指标体系构建研究[J]. *情报探索*,2018,252(10):19–23.
- [16] Goodfellow I J, Pouget-Abadie J, Mirza M, et al. Generative adversarial nets[C]//International Conference on Neural Information Processing Systems,2014.
- [17] 许春冬,许瑞龙,周静. 基于自动编码生成对抗网络的语音增强算法[J]. *计算机工程与设计*,2019,40(9):2578–2583.
- [18] 蒋鹏飞,魏松杰. 基于深度森林与CWGAN-GP的移动应用网络行为分类与评估[J]. *计算机科学*,2020,47(1):287–292.
- [19] Mikolov T, Sutskever I, Chen K, et al. Distributed representations of words and phrases and their compositionality [J]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2013, 26:3111–3119.
- [20] Lai S, Liu K, He S, et al. How to generate a good word embedding? [J]. *IEEE Intelligent Systems*, 2016, 31(6):5–14.
- [21] 张玉英. 一种基于加权欧氏距离聚类方法的研究[J]. *计算机应用*,2006,26(S2):152–153.
- [22] Arjovsky M, Bottou L. Towards principled methods for training generative adversarial networks [EB]. arXiv:1701.04862,2017.
- [23] Arjovsky M, Chintala S, Bottou L. Wasserstein GAN[EB]. arXiv:1701.07875,2017.
- lines, balls, and planes [J]. *ACM Transactions on Algorithms*,2013,12(3):1–29.
- [2] Zhang W,Zhang E,Zheng F. Online two stage k-Search problem and its competitive analysis[J]. *International Journal of Foundations of Computer Science*,2016,27(6):653–663.
- [3] Tan X,Jiang B. Optimum sweeps of simple polygons with two guards[J]. *Information Processing Letters*,2014, 114(3):130–136.
- [4] Dumitrescu A, Mitchell J, Żyliński P. Watchman routes for lines and line segments [J]. *Computational Geometry Volume*,2014,47(4):527–538.
- [5] Czyzowicz J, Labourel A, Pelc A. Optimality and competitiveness of exploring polygons by mobile robots[J]. *Information and Computation*,2011,209(1):74–88.
- [6] Icking C, Kamphans T, Klein R, et al. Exploring simple grid polygons [C]//International Computing and Combinatorics Conference. Springer,2005:524–533.
- [7] Zhang G, Cheng Y, Qin L, et al. An improved online evacuation strategy from a convex region on grid networks[J]. *Journal of Combinatorial Optimization*, 2018,36(2):44–54.
- [8] Kolenderska A, Kosowski A, Matafejski M, et al. An improved strategy for exploring a grid polygon [C]//International Conference on Structural Information & Communication Complexity. Springer,2009.
- [9] Keshavarz-Kohjerdi F, Bagheri A. A linear-time algorithm for finding Hamiltonian  $(s, t)$ -paths in odd-sized rectangular grid graphs with a rectangular hole[J]. *Journal of Supercomputing*,2017,73(9):3821–3860.
- [10] Hoffmann F, Icking C, Klein R, et al. The polygon exploration problem[J]. *SIAM Journal on Computing*, 2001,31(2):577–600.
- [11] Icking C, Kamphans T, Klein R, et al. Exploring grid polygons online[EB]. arXiv:1012.5240,2010.
- [12] Ghosh S K, Burdick J W, Bhattacharya A, et al. Online algorithms with discrete visibility-exploring unknown polygonal environments [J]. *Robotics & Automation Magazine IEEE*, 2008,15(2):67–76.
- [13] Megow N, Mehlhorn K, Schweitzer P. Online graph exploration: New results on old and new algorithms[C]//Proceedings of the 38th international conference on Automata, languages and programming. ACM,2012:478–489.
- [14] Ghosh S K, Klein R. Online algorithms for searching and exploration in the plane[J]. *Computer Science Review*,2010,4(4):189–201.
- [15] Herrmann D, Kamphans T, Langetepe E. Exploring simple triangular and hexagonal grid polygons online [EB]. arXiv:1012.5253,2010.

(上接第222页)

## 参 考 文 献

- [1] Dumitrescu A, Tôth C D. The traveling salesman problem for